



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 07-1

Control 4

P1. (a) (25 %) Demuestre, sin usar inducción, que:

$$\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (n+1)^{n+1-k} \geq 2(n+1)^{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Concluya (justificando) que $(n+2)^{n+1} \geq 2(n+1)^{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

(b) (25 %) Use la conclusión de (a), e inducción, para probar que $2^n n! < (n+1)^n$, $\forall n \geq 2$.

P2. (a) (25 %) Demuestre, sin usar inducción, que dado $p \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = pn, \quad \forall n \geq 1.$$

(b) (25 %) Se pide calcular en función de n , el valor de la suma

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k^2,$$

procediendo como se indica:

(1) Escriba la suma de los términos pares, usando $k = 2i$, con $i \in \{1, \dots, n\}$.

(2) Escriba la suma de los términos impares, usando $k = 2i - 1$, con $i \in \{1, \dots, n\}$.

Calcule la suma pedida al inicio.

28 de abril de 2007



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 07-1

Control 4

P1. (a) (25 %) Demuestre, sin usar inducción, que:

$$\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (n+1)^{n+1-k} \geq 2(n+1)^{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Concluya (justificando) que $(n+2)^{n+1} \geq 2(n+1)^{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

(b) (25 %) Use la conclusión de (a), e inducción, para probar que $2^n n! < (n+1)^n$, $\forall n \geq 2$.

P2. (a) (25 %) Demuestre, sin usar inducción, que dado $p \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = pn, \quad \forall n \geq 1.$$

(b) (25 %) Se pide calcular en función de n , el valor de la suma

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k^2,$$

procediendo como se indica:

(1) Escriba la suma de los términos pares, usando $k = 2i$, con $i \in \{1, \dots, n\}$.

(2) Escriba la suma de los términos impares, usando $k = 2i - 1$, con $i \in \{1, \dots, n\}$.

Calcule la suma pedida al inicio.

28 de abril de 2007